MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN CLUJ
COLEGIUL NAȚIONAL „MIHAI VITEAZUL” TURDA
SOCIETATEA DE ŞTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA – FILIALA CLUJ

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ
„MARIAN ȚARINĂ”
Ediția a XI-a, 6–7 MAI 2011

Clasa a IX-a
Problema 1 – ZEROURI

Pe Gigel îl pasionează numerele şi operațiile cu ele. Noua lui preocupare este de a găsi cu câte zerouri se termină produsul unor numere naturale. Ce a observat este că, evident, cu cât numerele sunt mai multe cu atât e mai greu să afle ce-l interesează. Aşa că Gigel apelează la ajutorul vostru.

Cerință
Cunoscându-se capetele unui interval închis, să se determine cu câte zerouri se termină produsul numerelor naturale din acest interval.

Date de intrare
În fişierul **`zerouri.in`** se află pe unica sa linie, separate printr-un spațiu, două numere naturale a şi b reprezentând capetele unui interval închis.

Date de ieşire
În fişierul **`zerouri.out`** se va scrie o valoare reprezentând numărul de zerouri cu care se termină produsul numerelor naturale din intervalul [a,b].

Restricții şi precizări
- $1 \le a \le b \le 2000000000$.
- Pentru 30% din teste $b - a \le 100000$.

Exemple

`zerouri.in`	**`zerouri.out`**	*Explicație*
4 11	2	Produsul numerelor de la 4 la 11, egal cu 6652800, se termină cu două zerouri.

`zerouri.in`	**`zerouri.out`**	
134 5435435	1358821	

Timp maxim de execuție/test: 0.1 secunde.
Total memorie disponibilă: 5 MB.
Dimensiunea maximă a sursei: 5 KB.

Clasa a IX-a
Problema 2 – GRAY

Codul Gray este o reprezentare cu cifre 0 şi 1 a unui număr, construită după următoarele reguli:

- Codul Gray pe n cifre permite reprezentarea numerelor naturale cuprinse între 0 şi 2^n-1
- Codul Gray pe 1 cifră reprezintă 0 ca 0 şi 1 ca 1
- Reprezentarea în cod Gray pe n+1 cifre a unui număr k (cuprins între 0 şi $2^{n+1}-1$) se construieşte astfel:

- dacă k este între 0 şi 2^n-1, reprezentarea lui k pe n+1 cifre se formează din reprezentarea lui k pe n cifre, la care se adaugă un 0 în față;

- dacă k este între 2^n şi $2^{n+1}-1$, reprezentarea lui k pe n+1 cifre se formează din reprezentarea lui $2^{n+1}-1-k$ pe n cifre, la care se adaugă un 1 în față.

Astfel, reprezentarea pe 4 cifre a numerelor de la 0 la 15 este:

0	0000	4	0110	8	1100	12	1010
1	0001	5	0111	9	1101	13	1011
2	0011	6	0101	10	1111	14	1001
3	0010	7	0100	11	1110	15	1000

Cerință:
Dându-se reprezentarea în cod Gray pe n cifre a două numere naturale, se cere reprezentarea în cod Gray pe n cifre a sumei lor.

Date de intrare
Fişierul **`gray.in`** va conține:

- pe prima linie, numărul n de cifre
- pe a doua linie, cele n cifre ale primului număr, separate prin spații
- pe a doua linie, cele n cifre ale celui de-al doilea număr, separate prin spații

Date de ieşire
În fişierul **`gray.out`** se vor scrie, pe o singură linie, cele n cifre ale sumei, separate prin spații.

Restricții şi precizări
- $1 \le n \le 1000$
- se garantează că suma celor două numere este cel mult egală cu 2^n-1

Exemplu

gray.in	gray.out	
4 1 1 0 1 0 0 1 1	1 1 1 0	

Timp maxim de execuție/test: 1 secundă.
Total memorie disponibilă: 2 MB.
Dimensiunea maximă a sursei: 5 KB.

Clasa a X-a
Problema 1 – MUNTE

Ionică şi Vasilică sunt doi buni prieteni cărora le plac munții şi competiția. Ei au selectat dintr-o regiune montană o zonă de formă dreptunghiulară căreia i-au asociat un caroiaj ce împarte această zonă în *M* x *N* pătrate. Pe baza tuturor datelor avute la dispoziție, cei doi au stabilit dacă fiecare dintre aceste pătrate este accesibil sau nu. Ca antrenament în vederea unei viitoare expediții montane mai dificile, băieții şi-au propus ca, plecând din colțuri opuse ale acestei zone, să ajungă cât mai repede într-o aceeaşi poziție (pătrat) din care, mai apoi, să-şi continue traseul împreună.

Cerință
Cunoscându-se dimensiunile zonei selectate şi accesibilitatea fiecărei poziții din această zonă, să se determine, dacă e posibil, timpul minim *T* în care cei doi băieți pot ajunge într-o aceeaşi poziție şi numărul de poziții în care ar ajunge după acest timp minim *T*.

Date de intrare
În fişierul **`munte.in`** se află:
- pe prima linie, separate printr-un spațiu, două valori *M* şi *N*, reprezentând dimensiunile zonei;
- pe următoarele *M* linii, separate prin spații, câte *N* valori de 0 şi 1 reprezentând accesibilitatea poziției corespunzătoare din zonă (0 – poziție accesibilă, 1 – poziție care nu poate fi atinsă).

Date de ieşire
Fişierului **`munte.out`** va conține:
- pe prima linie valoarea 1 sau 0 după cum există sau nu o poziție în zonă care poate fi atinsă de ambii băieți;
- dacă valoarea scrisă pe prima linie este 1, fişierul va mai conține pe cea de-a doua linie timpul minim *T* în care cei doi băieți pot ajunge într-o aceeaşi poziție, iar pe cea de-a treia linie numărul de poziții care pot fi atinse de ambii băieți în acest timp minim *T*.

Restricții şi precizări
- $3 \le M, N \le 100$.
- Ionică pleacă din poziția (1,1), iar Vasilică din poziția (*M*,*N*). Cele două poziții sunt accesibile.
- Deplasare dintr-o poziție într-o altă poziție este posibilă dacă cele două poziții sunt ambele accessibile şi vecine pe orizontală sau pe verticală. Deplasarea, dacă e posibilă, se realizează într-o unitate de timp.
- Nu e obligatoriu ca în fiecare unitate de timp să aibă loc o deplasare a fiecărui băiat.
- Timpul total al unui traseu este dat de numărul deplasărilor efectuate în cadrul lui.
- Pentru 20% din teste $M, N \le 20$.

Exemplu

munte.in	munte.out	
4 5 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 1 0 0 0	1 4 3	

Timp maxim de execuție/test: 0.3 secunde.
Total memorie disponibilă: 2 MB.
Dimensiunea maximă a sursei: 5 KB.

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN CLUJ
COLEGIUL NAȚIONAL „MIHAI VITEAZUL” TURDA
SOCIETATEA DE ŞTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA – FILIALA CLUJ

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

„MARIAN ȚARINĂ”

Ediția a XI-a, 6–7 MAI 2011

Clasa a X-a
Problema 2 – DREPTE

Se consideră n drepte distincte în plan. Se presupune că nu există două drepte paralele şi nici trei care să se intersecteze în acelaşi punct. Aceste drepte împart planul în regiuni poligonale de diverse forme (o regiune este delimitată de două sau mai multe drepte dintre cele date şi nu este tăiată de niciuna dintre dreptele date).

Cerință
Se cere să se determine toate regiunile de formă triunghiulară ce se formează.

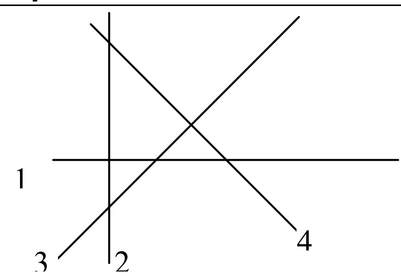
Date de intrare
Datele se citesc din fişierul **`drepte.in`** având următorul format:
- pe primul rând, numărul N de drepte;
- pe fiecare dintre următoarele N rânduri, câte trei numere întregi, A B C, separate prin spații, reprezentând dreapta formată din acele puncte din plan ale căror coordonate (X,Y) satisfac relația A*X+B*Y+C=0.

Date de ieşire
În fişierul **`drepte.out`** se va scrie pe fiecare linie câte trei numere întregi reprezentând numerele de ordine, din fişierul de intrare, ale dreptelor ce determină o regiune de formă triunghiulară.

Restricții şi precizări
- dreptele se consideră numerotate de la 1 la N;
- nu are importanță ordinea în care apar triunghiurile în fişierul de ieşire, şi nici ordinea în care se dau cele trei drepte ce determină un triunghi;
- N ≤ 50.
- -1000 ≤ A, B, C ≤ 1000

Exemplu

`Drepte.in`	**`drepte.out`**	**`Dreptele date:`**

`4`
`0 1 0`
`1 0 0`
`1 -1 -1`
`1 1 -2`
	`1 2 3`
	`1 3 4`
		

Timp maxim de execuție/test: 1 secundă.
Total memorie disponibilă: 2 MB.
Dimensiunea maximă a sursei: 5 KB.

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

„MARIAN ȚARINĂ”

Ediția a XI-a, 6–7 MAI 2011

Clasele XI-XII
Problema 1 – RADARE

Poliția rutieră îşi propune amplasarea unor radare fixe de-a lungul unei şosele pentru a supraveghea traficul. Se doreşte în particular supravegherea anumitor puncte de pe şosea unde au avut loc multe evenimente rutiere. Există doar anumite puncte în care pot fi amplasate radarele. Numărul de radare de amplasat este de asemenea fixat. Toate radarele sunt identice şi asigură acoperirea supravegherii traficului în ambele sensuri de circulație pe o anumită rază.

Cerință
Să se determine numărul maxim de puncte de interes care pot fi supravegheate precum şi numărul de variante de amplasare prin care acest maxim este atins.

Date de intrare
În fişierul **`radare.in`** se află:
- pe prima linie, separate prin spații, patru valori M, N, P şi R.

- M reprezintă numărul de puncte în care evenimentele rutiere sunt mai numeroase;
- N reprezintă numărul de puncte în care pot fi amplasate radarele;
- P reprezintă numărul de radare;
- R reprezintă raza de acțiune a radarelor.

- pe cea de-a doua linie M numere naturale distincte a_i, separate prin spații şi în ordine crescătoare, reprezentând distanțele la care se găsesc punctele ce trebuie supravegheate față de un capăt al şoselei;
- pe cea de-a treia linie N numere naturale distincte b_i, separate prin spații şi în ordine crescătoare, reprezentând distanțele la care se găsesc punctele unde pot fi amplasate radarele față de acelaşi capăt al şoselei.

Date de ieşire
Fişierului **`radare.out`** va conține:
- pe prima linie numărul maxim T de puncte care se vor afla sub supravegherea radarelor;
- pe cea de-a doua linie numărul de variante de amplasare a acestor radare pentru asigurarea supravegherii acestor T de puncte, modulo 9973.

Restricții şi precizări
- $1 \leq M, N \leq 1000$.
- $1 \leq P \leq N$.
- $1 \leq a_i \leq 1000000000$, $1 \leq i \leq M$.
- $1 \leq b_i \leq 1000000000$, $1 \leq i \leq N$.
- Raza R de acțiune a radarelor este mai mică decât orice distanță dintre două puncte posibile de amplasare a radarelor.
- Pentru 30% din teste $N \leq 20$.
- Pentru determinarea corectă a valorii T se acordă 50% din punctaj.

Exemplu

radare.in	**radare.out**	*Explicație*
4 3 2 2 3 7 10 14 4 8 12	3 3	Pot fi supravegheate maxim 3 puncte. Numărul maxim de puncte care vor fi supravegheate se poate atinge amplasând cele două radare în trei moduri (în punctele 4 şi 8, în punctele 4 şi 12 sau în punctele 8 şi 12).

Timp maxim de execuție/test: 0.2 secunde.
Total memorie disponibilă: 16 MB.
Dimensiunea maximă a sursei: 5 KB.

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN CLUJ
COLEGIUL NAȚIONAL „MIHAI VITEAZUL" TURDA
SOCIETATEA DE ŞTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA – FILIALA CLUJ

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ
„MARIAN ȚARINĂ"
Ediția a XI-a, 6–7 MAI 2011

Clasele XI-XII
Problema 2 – DOMINO

Avem un joc de domino mai special. Jocul constă dintr-un număr de piese dreptunghiulare, toate de aceeaşi dimensiune. Fiecare piesă are înscrise două numere, unul la marginea stângă şi unul la marginea din dreapta. În plus, fiecare piesă are o anumită culoare. Dorim să punem piesele cap la cap, cu laturile scurte lipite, formând un lanț de piese, respectând următoarele două condiții:
- oricare două piese vecine să aibă culori diferite;
- pentru oricare două piese vecine, numărul înscris la marginea din dreapta a primei piese să fie egal cu numărul înscris pe marginea din stânga a piesei imediat următoare.

Cerință
Cunoscând toate piesele unui set de domino şi dându-se o piesă de început şi o piesă de sfârşit, se cere să se formeze un lanț corect, de lungime minimă, care să aibă pe prima poziție piesa de început şi pe ultima poziție piesă de sfârşit date. Dacă există mai multe lanțuri de aceeaşi lungime minimă, se cere oricare dintre ele.

Date de intrare
Datele se citesc din fişierul ***`domino.in`*** care are următorul format :
- pe prima linie, trei numere întregi, N S F, separate prin spații, reprezentând numărul total de piese, numarul piesei de început şi numarul piesei de sfârşit. Piesele se consideră numerotate de la 1 la N;
- pe fiecare dintre următoarele N linii, câte trei numere întregi, S_i D_i C_i, reprezentând numărul înscris pe marginea din stânga, numărul înscris pe marginea din dreapta şi culoarea piesei cu numarul i.

Date de ieşire
Soluția se va scrie în fişierul ***`domino.out`*** în următorul format:
- pe prima linie, numărul K de piese din lanț;
- pe a doua linie, K numere naturale reprezentând piesele din lanț.

Restricții şi precizări
- piesele nu se pot întoarce stânga-dreapta: o piesă cu numerele 1 - 2 nu poate fi aşezată după o piesă cu numerele 2 - 2 (însă poate fi aşezată înaintea ei);
- o piesă se poate utiliza cel mult o singură dată în lanț;
- $2 \leq N \leq 1000$.

Exemplu

domino.in	***domino.out***	
5 1 2 1 2 3 2 4 3 2 1 2 2 1 1 1 2 2	4 1 4 5 2	

Timp maxim de execuție/test: 0.3 secunde.
Total memorie disponibilă: 2 MB.
Dimensiunea maximă a sursei: 5 KB.