MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ŞI TINERETULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN CLUJ
COLEGIUL NAȚIONAL „MIHAI VITEAZUL” TURDA

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ
„MARIAN ȚARINĂ”

EDIȚIA A VII-A

25 – 26 MAI 2007

Clasa a 9-a
Problema 1 - MULTIPLU

Se numeşte factorial al unui număr natural nenul *n* (notat *n*!) numărul obținut prin înmulțirea numerelor naturale mai mici sau egale decât *n*: *n*!=1*2*…*(*n*-1)**n*.

Cerință
Dându-se un număr natural *k*, să se determine cel mai mic număr natural *n* cu proprietatea că *n*! este multiplu al numărului *k*.

Date de intrare

În fişierul **multiplu.in** se află pe unica linie a sa numărul *k*.

Date de ieşire

Fişierul **multiplu.out** va conține o singură linie pe care va fi scris cel mai mic număr *n* cu proprietatea că *n*! este multiplu al lui *k*.

Restricție

- $2 \le k \le 10000$.

Exemplul 1:

multiplu.in	**multiplu.out**	**Explicație**
5	5	$5! = 1*2*3*4*5 = 120$, $120 \vdots 5$

Exemplul 2:

multiplu.in	**multiplu.out**	**Explicație**
12	4	$4! = 1*2*3*4 = 24$, $24 \vdots 4$

Timp maxim de execuție/test: 1 secundă

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ
„MARIAN ȚARINĂ”

EDIȚIA A VII-A

25 – 26 MAI 2007

Clasa a 9-a
Problema 2 - BAZE

Cerință
Dându-se n numere naturale, k_i, $1 \leq i \leq n$, se cere să se determine, pentru fiecare număr k_i, cea mai mică bază de numerație b_i în care scriind numărul respectiv k_i, scrierea are toate cifrele egale. De notat că orice număr natural mai mare sau egal cu 2 poate fi bază de numerație.

Date de intrare
În fişierul **baze.in** se află pe prima linie numărul n, iar pe cea de-a doua linie, despărțite prin câte un spațiu, n numere naturale nenule k_i, $1 \leq i \leq n$.

Date de ieşire
Fişierul **baze.out** va avea o singură linie pe care vor fi scrise, despărțite prin câte un spațiu, n numere reprezentând, corespunzător, valorile b_i ale bazele minime căutate.

Restricții
- $1 \leq n \leq 100$.
- $1 \leq k_i \leq 1000000000$, $1 \leq i \leq n$.

Exemplu

baze.in	**baze.out**
4 5 3 26 21	4 2 3 4

Timp maxim de execuție/test: 1 secundă

Clasa a 10-a
Problema 1 - TV

Gigel e mare pasionat de tot ceea ce înseamnă aparatură electronică. El are în camera sa un televizor pe care îşi probează calitățile de electronist. La un moment dat Gigel a dereglat din greşeală reglajele programelor. Ca urmare, cele n programe ale televizorului au fost setate pe diverse frecvențe, toate diferite între ele. Gigel cunoaşte cele n frecvențe ale posturilor pe care doreşte să le memoreze pe televizorul său. Pentru a memora frecvența unui post pe un anumit program, Gigel poate doar să crească pas cu pas frecvența setată pentru programul respectiv; în momentul în care frecvența setată este egală cu frecvența maximă a televizorului, creşterea cu un pas duce la setarea valorii 1 pentru frecvență.

Cerință
Dându-se numărul n de programe şi de posturi, cele n frecvențe memorate inițial de cele n programe ale televizorului, cele n frecvențe ale posturilor pe care Gigel doreşte să le memoreze şi limita superioară a frecvenței pe care televizorul lui Gigel o poate prinde, să se determine, pentru fiecare program al televizorului, frecvența cărui post trebuie să o memoreze Gigel pe acel program, astfel încât să minimizeze timpul total necesitat de întregul proces. Timpul total este egal cu numărul total de paşi (de creştere cu o unitate sau de revenire de la frecvența maximă la 1) pentru toate programele televizorului.

Date de intrare

În fişierul **tv.in** se află :

- pe prima linie, separate printr-un spațiu, două numere, n şi v, reprezentând numărul de programe (egal cu numărul de posturi) şi, respectiv, frecvența maximă pe care o poate prinde televizorul lui Gigel ;
- pe a doua linie, despărțite prin câte un spațiu, cele n frecvențe memorate inițial f_i, $1 \le i \le n$;
- pe a treia linie, despărțite prin câte un spațiu, cele n frecvențe ale posturilor p_i, $1 \le i \le n$.

Date de ieşire

Fişierul **tv.out** va conține, pe o singură linie, n numere naturale, separate prin spații. Al i-lea număr va reprezenta numărul postului care va fi atribuit programului al i-lea al televizorului.
Dacă există mai multe soluții cu acelaşi timp, se va da oricare dintre ele.

Restricții şi precizări

- $1 \le n \le 1000$.

- $1 \le v \le 1000$.
- $1 \le f_i \le$ v, $1 \le i \le n$; toate frecvențele inițial memorate sunt diferite între ele.
- $1 \le p_i \le$ v, $1 \le i \le n$; toate frecvențele posturilor tv sunt diferite între ele.
- Toate frecvențele sunt numere întregi.
- Trecerea de la o frecvență oarecare la frecvența imediat următoare se realizează în exact o unitate de timp.
- Schimbarea unui canal pentru o nouă scanare şi memorarea efectivă a unui nou post se realizează într-un timp neglijabil.

Exemplu

tv.in	**tv.out**	**Explicație**
4 6 2 5 1 4 3 6 2 1	1 2 4 3	Timpul minim, egal cu 6 unități, se poate realiza, de exemplu, prin memorarea pe canalul 1 a postului 1, pe canalul 2 a postului 2, pe canalul 3 a postului 4 şi pe canalul 4 a postului 3 (1+1+0+4=6).

Timp maxim de execuție/test: 1 secundă

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ŞI TINERETULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN CLUJ
COLEGIUL NAȚIONAL „MIHAI VITEAZUL” TURDA

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ
„*MARIAN ȚARINĂ*”

EDIȚIA A VII-A  **25 – 26 MAI 2007**

Clasa a 10-a
Problema 2 - TÂRG

Fie că vrei să vinzi, fie că vrei să cumperi, dacă ții la preț ziua în târg e lungă, însă ca orice lucru are un sfârşit. Aşa că cele câteva persoane care au mai rămas în târg şi care doresc fie să vândă fie să cumpere grâu hotărăsc, după multe discuții, un acelaşi preț de vânzare şi de cumpărare.
Apare însă o altă problemă: niciun vânzător nu acceptă decât fie să vândă toată marfa, fie să nu vândă nimic; în acelaşi spirit, niciun cumpărător nu acceptă decât fie să cumpere toată cantitatea dorită, fie să nu cumpere nimic. Pe niciunul dintre ei nu-l interesează dacă vinde la mai multe persoane sau vinde tot la o singură persoană şi, de asemenea, dacă cumpără de la mai multe persoane sau dacă cumpără toată cantitatea de la o singură persoană. Desigur, o persoană va fi mulțumită doar dacă reuşeşte să vândă sau să cumpere ceea ce şi-a propus.

Cerință
Dându-se numărul n de persoane şi cantitatea pe care doreşte fiecare s-o vândă sau s-o cumpere, să se determine numărul maxim de persoane care vor pleca mulțumite din târg şi care sunt acestea.

Date de intrare
În fişierul **targ.in** se află pe prima linie numărul n de persoane, iar pe cea de-a doua linie, despărțite prin câte un spațiu, n numere întregi nenule x_i, $1 \le i \le n$, x_i indicând, dacă este pozitiv, cantitatea pe care o are persoana a i-a la vânzare, respectiv, dacă este negativ, cantitatea pe care doreşte să o cumpere persoana a i-a.

Date de ieşire
Fişierul **targ.out** va conține pe prima linie numărul maxim de persoane care vor pleca mulțumite din târg, iar pe cea de-a doua linie, despărțite prin câte un spațiu, numerele de ordine ale acestor persoane în ordine crescătoare.

Restricții şi precizări
- $1 \le n \le 20$.
- $-100000 \le x_i \le 100000$, $x_i \ne 0$, $1 \le i \le n$.
- Dacă sunt mai multe soluții cu număr maxim de persoane implicate în tranzacție va fi determinată prima în ordine lexicografică (se poate considera că numerele de ordine indică ordinea sosirii persoanelor în târg şi conform zicalei “Cine se scoală de dimineață, departe ajunge.”…).

Exemplu

targ.in	**targ.out**
7	5
4 4 -2 3 2 -2 -3	1 3 4 6 7

Timp maxim de execuție/test: 1 secundă

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ
„MARIAN ȚARINĂ"

EDIȚIA A VII-A  **25 – 26 MAI 2007**

Clasele 11-12
Problema 1 - DEAL

Fie X un număr natural de n cifre ($n\geq3$) şi $x_1, x_2, \ldots, x_n$ cifrele sale ($x_1\neq0$). Se spune despre numărul X că are aspect de deal dacă există un indice p ($1<p<n$) astfel încât $x_1<x_2<\ldots<x_{p-1}<x_p$ şi $x_p>x_{p+1}>\ldots>x_{n-1}>x_n$.

Cerință
Dându-se o bază b să se determine câte numere scrise în baza respectivă au aspect de deal.

Date de intrare
În fişierul **deal.in** se află pe unica linie a sa baza **b**.

Date de ieşire
Fişierul **deal.out** va conține o singură linie pe care va fi scris numărul numerelor cu aspect de deal în baza b.

Restricții şi precizări
- $3 \leq b \leq 200$.
- În 30% din teste valoarea determinată va fi mai mică decât 1000000000.

Exemplu

deal.in	**deal.out**
3	3
4	24

Timp maxim de execuție/test: 1 secundă

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ŞI TINERETULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN CLUJ
COLEGIUL NAȚIONAL „MIHAI VITEAZUL” TURDA

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ
„*MARIAN ȚARINĂ*”

EDIȚIA A VII-A

25 – 26 MAI 2007

Clasele 11-12
Problema 2 - ORAŞ

Comisia de modernizare din primăria unui oraş a identificat o zonă de formă dreptunghiulară de dimensiuni *m* x *n* în care în fiecare punct de coordonate întregi (*x*,*y*) din interiorul zonei (adică având 0<*x*<*m* şi 0<*y*<*n*) se găseşte un obiectiv turistic. Primăria a hotărât construirea unei telegondole care să survoleze cât mai multe dintre aceste obiective.
Traseul telegondolei va porni din punctul de coordonate (0,0) (colțul sud-vestic al zonei), va traversa în linie dreaptă zona până la un punct de pe frontiera nordică, după care se va întoarce spre frontiera sudică, din nou traversând în linie dreaptă zona, şi aşa mai departe, traversând în zig-zag zona. Traseul trebuie să se încheie în punctul de coordonate (*m*,*n*) (colțul nord-estic). Fiecare traversare trebuie să ducă spre un punct mai estic decât punctul de plecare al traversării.
Un obiectiv este considerat survolat dacă şi numai dacă telegondola trece exact pe deasupra lui.
Cerință
Dându-se dimensiunile *m* şi *n* ale zonei dreptunghiulare care conține obiectivele turistice ale oraşului, să se determine traseul telegondolei, astfel încât numărul de obiective survolate de viitoarea telegondolă a oraşului să fie maxim.

Date de intrare

În fişierul **oras.in** se află pe unica linie a sa două numere întregi *m* şi *n* reprezentând dimensiunile vest-est şi respectiv sud-nord ale zonei turistice.

Date de ieşire

Fişierul **oras.out** va conține:
- pe prima linie, numărul maxim de obiective peste care va trece telegondola;
- pe a doua linie, separate prin spații, coordonatele *x* ale punctelor de pe frontiera sudică, atinse de telegondolă, în ordinea în care apar acestea în traseu;
- pe a treia linie, separate prin spații, coordonatele *x* ale punctelor de pe frontiera nordică, atinde de telegondolă.

Restricții şi precizări

- $1 \le n \le 1000$.
- $1 \le m \le 1000$.
- Dacă există mai multe soluții cu număr maxim de obiective survolate, poate fi afişată oricare dintre ele.

Exemplu

oras.in	**oras.out**	**Explicație**
5 3	2 0 4 3 5	Traseul telegondolei trece prin punctele (0,0), (3,3), (4,0) şi (5,3). Obiectivele survolate sunt cele situate în punctele de coordonate (1,1) şi (2,2). O altă soluție poate fi: 2 0 2 1 5

Timp maxim de execuție/test: 1 secundă